Elektromagnetische Untersuchungen mit besonderer Rücksicht auf die Anwendbarkeit der Müller'schen Formel.

Zweite Abhandlung,

enthaltend die Versuche mit discontinuirlichen Eisenmassen, nebst einem Anhange über die Grenzen der Giltigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes.

(Mit 1 Tafel.)

Von Prof. Dr. **A. v. Waltenhofen** in Prag.

In meiner vor 5 Jahren erschienenen ersten Abhandlung über die Müller'sche Formel habe ich das Verhalten von massiven cylindrischen Stäben besprochen.

Dabei hatte sich die besagte Formel in der Weise bewährt, daß die mit Beibehaltung derselben numerischen Werthe für die beiden Constanten berechneten Magnetismen mit den beobachteten von den dünnsten Stäben angefangen bis zu einer Stabdicke von etwa $^2/_3$ des inneren Durchmessers der Spirale eine befriedigende Übereinstimmung darboten.

Die auch bei dünnen Stäben vorkommenden Abweichungen sind — wie ein Blick auf die graphische Darstellung der Versuche zeigt — am größten bei Magnetisirungen, die unter dem Betrage der halben Sättigung liegen, welcher Betrag — wie ich nachgewiesen habe — ungefähr die Grenze bezeichnet, bis zu der die Magnetismen nach dem Lenz-Jacobi'schen Gesetze proportional mit den Stromstärken wachsen, während nach der Müller'schen Formel diese Proportionalität lange nicht in solcher Ausdehnung, sondern nur für sehr kleine Stromstärken bestehen kann.

Außerdem habe ich die schon von Lenz entdeckte und später auch von Anderen beobachtete Anomalie auch bei meinen Versuchen bestätigt gefunden, daß nämlich bei beginnender Magnetisirung die erregten Magnetismen sogar rascher wachsen als die Stromstärken und erst später hinter denselben zurückbleiben, so daß die Intensitätscurve Anfangs convex gegen die Abscissenaxe sich erhebt,

sodann nahezu geradlinig verläuft und erst bei einem Wendepunkte, welcher stets dem Punkte der halben Sättigung nahe liegt, in die concave Krümmung übergeht.

Dieses größtentheils geradlinige Stück zwischen dem Anfangspunkte der Coordinaten und dem Wendepunkte — in meiner ersten Abhandlung die „Anomalie" genannt — charakterisirt den Unterschied zwischen der beobachteten und der nach der Müller'schen Formel berechneten Intensitätscurve.

Abgesehen von den durch diese Anomalie bei Sättigungsgraden unter 50% bedingten Abweichungen gilt also die Müller'sche Formel nach meinen Untersuchungen mit massiven Cylindern in gleicher Weise für Stäbe von sehr verschiedenen Durchmessern, von den dünnsten angefangen bis zu Stäben, deren Dicke ungefähr $^2/_3$ von der Weite der Spirale beträgt.

Anders verhält sich die Sache bei nicht massiven Elektromagneten.

Ich habe in dieser Hinsicht vornehmlich Bündel von cylindrischen oder prismatischen Stäben und Röhren untersucht und theile die Resultate im Folgenden mit.

Dabei muß ich jedoch Einiges über die bisherigen Arbeiten in dieser Richtung vorausschicken.

Das elektromagnetische Verhalten von Bündeln und Röhren ist allerdings schon mehrfach Gegenstand von Untersuchungen gewesen, doch hat man dabei nur die Vergleichung mit massiven Stäben von gleichem Querschnitte im Auge gehabt und ist mitunter auch zu offenbar unrichtigen Resultaten gelangt.

Was die Vergleichung von Drahtbündeln mit massiven Stäben von gleichem Querschnitte betrifft, sind Muncke durch Tragkraftsbestimmungen, Joule durch Versuche mit elektromagnetischen Maschinen und Dub durch Messung der Kräfte, mit welchen die verglichenen Eisenkerne in eine Spirale hineingezogen wurden, übereinstimmend zu dem Resultate gelangt, daß die Wirkung von Drahtbündeln jener von massiven Eisenkernen von gleichen Dimensionen nachsteht[1]), wie es mit Rücksicht auf die größere Masse der letzteren auch nach dem Müller'schen Gesetze nicht anders zu erwarten wäre.

---

[1]) Siehe Dub, „Elektromagnetismus" S. 233 u. f.

Wenn Joule ein anderes Mal mit einem Magnetkern aus viereckigen Stäbchen in einer elektromagnetischen Maschine eine grössere Wirkung erhielt als mit einem massiven, so findet hierauf die Bemerkung Dub's [1]) Anwendung, daß man bei der Wirkung eines Eisenkernes den Fall einer andauernden Magnetisirung von dem alternirender Magnetisirungen, wie sie bei elektromagnetischen Maschinen vorkommen, wohl unterscheiden muß, da im letzteren Falle besondere Umstände in Betracht kommen, welche die Anwendung discontinuirlicher Eisenkerne vortheilhaft erscheinen lassen.

Eine dritte Versuchsreihe von Joule [2]) mit eben solchen Stabbündeln und massiven Stäben von gleichen Querschnitten, wobei er die anziehenden Wirkungen verglich und fand, daß jene bei grösseren Stromstärken schwächer wirken, während bei kleineren häufig das Gegentheil stattfand, deutet — wie aus meinen Versuchen hervorgehen wird — offenbar darauf hin, daß die prismatischen Stäbchen nicht ohne Zwischenräume zu prismatischen Bündeln zusammengefügt und daher von geringerer Masse waren als die massiven Stäbe von gleichem Querschnitte.

Bezüglich der magnetischen Wirkung eiserner Röhren mögen zunächst die Versuche von Pfaff erwähnt werden. Er fand bei der Vergleichung der Tragkräfte hohler und massiver Elektromagnete von gleicher Form die Tragkraft des hohlen Elektromagneten bedeutend kleiner [3]).

Joule fand bei Anwendung zweier Kerne von ziemlich gleichen Dimensionen, deren einer hohl, der andere massiv war, die Tragkraft ebenfalls beim massiven Kern größer als beim hohlen, bei diesem dagegen eine größere Anziehung. Dieses letztere Resultat ist ebensowenig mit dem ersteren vereinbar als mit den Folgerungen, welche sich aus späteren Untersuchungen über den freien Magnetismus er-

---

[1]) Siehe Dub, „Elektromagnetismus“ S. 234 u. 235.

[2]) Sturgeon Annals, vol. IV.

[3]) Die dabei angenommene beiläufige Proportionalität der Tragkräfte mit den Massen der verglichenen Elektromagnete kann ebenso wenig als eine allgemeine Regel gelten, wie die bei dem oben erwähnten Versuche von Dub beobachtete ungefähre Proportionalität der Spiralanziehungen mit den Massen der dabei angewendeten verglichenen Eisenkerne (Bündel und Stab) von gleichem Querschnitte, denn in beiden Fällen ist die Wirkung auch vom Sättigungsgrade abhängig.

geben haben [1]). Dasselbe gilt von einem anderen Versuche Joule's, bei welchem er eine größere Fernwirkung eines hohlen Cylinders im Vergleiche mit einem massiven beobachtet haben will [2]).

Aus den Versuchen von Feilitzsch folgt vielmehr, daß die Wirkung eines hohlen Cylinders jene eines massiven von gleichem Durchmesser niemals übertreffen kann, und daß zwar einem massiven Cylinder bei einem gewissen magnetisirenden Strome ein hohler von gleichem Durchmesser und entsprechender Wanddicke äquivalent sein kann, daß jedoch die Überlegenheit des letzteren bei größeren magnetisirenden Stromstärken immer hervortreten muß, welche Folgerungen, wie sich später zeigen wird, auch mit meinen Versuchen in Übereinstimmung sind.

Es ist sonach wohl außer Zweifel gestellt, daß Drahtbündel und Röhren den massiven Stäben von gleichem Querschnitte im Allgemeinen [3]) nachstehen, und zwar in steigendem Verhältnisse bei wachsender Stromstärke, aber die bisherigen Untersuchungen geben weder einen Aufschluß über die Sättigungsgrade, welche Bündel, Röhren und Stäbe von gleichem Querschnitte bei gleichen Stromstärken erlangen, noch über die wichtige Frage, wie sich Bündel und Röhren im Vergleiche mit massiven Stäben von gleichem Gewichte verhalten.

Diese Fragen, insbesondere die letztere, habe ich speciell zum Gegenstande einer eingehenden Untersuchung gemacht, zumal dieselbe auch mit der weiteren Frage im innigsten Zusammenhange steht: ob und in wie weit die Müller'sche Formel auch auf nicht massive Eisenstäbe ausgedehnt werden kann.

Meine Versuche erstreckten sich 1. auf Bündel aus cylindrischen Drähten; 2. auf Bündel aus prismatischen Stäben, welche theils ohne Zwischenräume dicht beisammen lagen, theils durch indifferente Zwischenlagen getrennt waren; 3. auf eiserne Röhren und 4. auf Aggregate von Eisenfeilspähnen.

Zur Ausführung dieser Versuche diente derselbe Apparat, den ich für meine früheren elektromagnetischen Untersuchungen construirt

---

[1]) Dub, „Elektromagnetismus", S. 235.

[2]) Sturgeon Annals, vol. IV. p. 60.

[3]) Daß in einzelnen Fällen unter gewissen Bedingungen eine Äquivalenz stattfinden kann, wird im Folgenden gezeigt werden.

hatte und dessen Beschreibung in meiner im Jahre 1863 erschienenen Abhandlung „Über das elektromagnetische Verhalten des Stahles“ (Sitzungsberichte, Band 48) enthalten ist.

Alle untersuchten Eisenkerne hatten auch bei diesen Versuchen, wie bei den früheren, die gleiche Länge von 103 Millimetern. Auch beziehen sich die angeführten Zahlen auf die bereits in meinen früheren Abhandlungen über das Verhalten des Stahles, über die Müller'sche Formel u. s. w. angegebenen Einheiten, sowie auch bei der Berechnung der den magnetisirenden Strömen x nach Maßgabe der Stabgewichte γ entsprechenden Magnetismen y für die Coëfficienten α und β der Müller'schen Formel

$$y = \beta\gamma \operatorname{arctg} \frac{x}{\alpha\gamma^{\frac{3}{4}}}$$

dieselben numerischen Werthe wie in den früheren Abhandlungen beibehalten worden sind [1]).

1. Versuche mit Bündeln aus cylindrischen Drähten.

Es waren zweierlei Drähte, nämlich von etwas mehr als 1 Millimeter und von etwas über 2 Millimeter Durchmesser in Verwendung. Die daraus gebildeten Bündel [2]) sind im Folgenden durch zwei eingeklammerte Zahlen in der Weise bezeichnet, daß die erstere die Anzahl der Stäbchen, und die letztere deren Durchmesser andeutet. So bezeichnet z. B. das Symbol (113, 1) ein Bündel von 113 Stäbchen des 1 Millimeter dicken Drahtes, dagegen (28, 2) ein Bündel von 28 Stäbchen des 2 Millimeter dicken Drahtes. — Die Stäbchen der ersteren Art wogen durchschnittlich 0·773, die der letzteren 3·073 Grammen, woraus die Durchmesser 1·25 und 2·21 berechnet wurden.

---

[1]) Ich habe seither nachgewiesen, daß der Coëfficient β der Müller'schen Formel für beliebige Magnetisirungsspiralen constant und etwas größer ist, als der hier angenommene. Die Einführung dieses verbesserten Werthes hätte aber die Vergleichungen mit früheren Versuchsresultaten erschwert und hätte auch bei dickeren Eisenkernen größere Abweichungen von den beobachteten Werthen bedingt, aus Gründen, die ich in meiner Abhandlung „Über die Grenzen der Magnetisirbarkeit“ (Sitzungsberichte, Bd. 59) ausführlich erörtert habe.

[2]) Dieselben waren, um die Drähte hinreichend fest zusammen zu halten, mit aufgeschobenen Kautschukringen (Abschnitten von Röhren) versehen.

Die Versuche führten zu folgenden Resultaten, wobei ich noch bemerken will, daß die den vorgenommenen Magnetisirungen entsprechenden Sättigungsgrade in jedem Falle leicht beurtheilt werden können, wenn man erwägt, daß die Grenze der Magnetisirbarkeit des Eisens einem Maximalmomente von in runder Zahl 2 Millionen absoluter Einheiten per Gramm entspricht, und daß sonach der in Millionen absoluter Einheiten gemessene Betrag der halben Sättigung stets nahezu durch dieselbe Zahl ausgedrückt wird, wie das beigefügte Gewicht des betreffenden Eisenkernes in Grammen.

I. Schwache Drahtbündel, d. h. solche von wenigen (dünnen) Drähten, zeigen bei allen Stromstärken keine erhebliche Abweichung von der Müller'schen Formel. Z. B.

$x=$		2	4	6	8	10	15	Bündel	Gewicht
y	berechnet	1·094	1·653	1·928	2·083	2·181	2·316	(2, 1)	1·55
	beobachtet	1·052	1·537	1·821	1·903	2·022	2·178		
y	berechnet	1·293	2·118	2·591	2·876	3·064	3·329	(3, 1)	2·32
	beobachtet	1·144	2·196	2·563	2·884	3·022	3·159		
y	berechnet	1·432	2·468	3·128	3·555	3·843	4·264	(4, 1)	3·09
	beobachtet	1·281	2·471	3·270	3·756	3·940	4·217		
y	berechnet	1·631	2·970	3·953	4·654	5·160	5·943	(6, 1)	4·64
	beobachtet	1·354	2·976	4·125	5·000	5·369	5·971		
y	berechnet	1·708	3·162	4·279	5·107	5·721	6·696	(7, 1)	5·41
	beobachtet	1·372	3·059	4·585	5·600	6·193	6·899		

Die Wirkung schwacher Drahtbündel zeigt also im Vergleiche mit der Wirkung gleich schwerer massiver Stäbchen von gleicher Länge keine auffallenden Unterschiede. Dieß findet man auch durch directe Vergleichung der bei den Bündeln (3, 1) und (7, 1) beobachteten Magnetismen mit jenen der nahezu gleich schweren Stäbe Nr. 2 und Nr. 4 in der ersten Abhandlung.

II. Stärkere Drahtbündel zeigen bei mittleren Sättigungsgraden eine bedeutend raschere Zunahme des Magnetismus als gleich schwere massive Stäbe von gleicher Länge, somit auch viel größere Abweichungen von der Müller'schen Formel, während bei geringen Sättigungsgraden keine erheblichen Abweichungen dieser Art hervortreten.

Dieß zeigt sich bei den nachstehenden Versuchen mit den Bündeln (14, 1), (16, 1), (18, 1), (20, 1), (22, 1) und (24, 1), welche so gewählt sind, daß der bei der Stromstärke 15 erreichte (durch stärkere Ziffern hervorgehobene) Magnetismus der halben Sättigung nahe liegt. Er überschreitet überall bedeutend den berechneten Werth, während beim Bündel (90, 1), welches etwa nur $^1/_3$ der Sättigung erreicht, eine genaue Übereinstimmung mit der Müller'schen Formel stattfindet.

$x=$		2	4	6	8	10	15	Bündel	Gewicht
y	berechnet	2·070	4·014	5·751	7·245	8·505	10·82	(14, 1)	10·826
	beobachtet	1·738	3·885	5·860	7·888	**9·713**	**12·63**		
y	berechnet	2·144	4·182	6·031	7·662	9·066	11·73	(16, 1)	12·374
	beobachtet	1·766	4·014	6·017	8·094	9·969	**14·16**		
y	berechnet	2·212	4·328	6·283	8·028	9·562	12·550	(18, 1)	13·920
	beobachtet	1·830	4·106	6·138	8·272	10·186	**14·948**		

$x=$		2	4	6	8	10	15	Bündel	Gewicht
y	berechnet	2·273	4·463	6·505	8·357	10·003	13·290	(20, 1)	15·467
	beobachtet	2·013	4·217	6·453	8·723	10·900	**15·603**		
y	berechnet	2·329	4·586	6·705	8·654	10·410	13·970	(22, 1)	17·014
	beobachtet	1·995	4·290	6·620	8·817	11·091	**16·122**		
y	berechnet	2·382	4·698	6·889	8·921	10·770	14·590	(24, 1)	18·560
	beobachtet	2·059	4·345	6·676	8·958	11·215	**16·423**		
y	berechnet	3·323	6·646	9·931	13·190	16·380	24·11	(90, 1)	69·600
	beobachtet	3·095	6·248	9·713	12·850	16·340	24·21		

In der folgenden Zusammenstellung sind Drahtbündel mit nahezu gleich schweren massiven Stäben von gleicher Länge verglichen, nämlich das Bündel (26, 1) mit einem massiven prismatischen Eisenstabe P von quadratischem Querschnitte, ferner das Bündel (80, 1) zwar nicht unmittelbar mit einem gleich schweren massiven Stabe, aber mit einem aus 12 ohne Zwischenräume dicht beisammen liegenden Prismen p von quadratischem Querschnitte gebildeten Eisenkerne (bezeichnet mit 12 p), der — wie später gezeigt werden soll, einem massiven Stabe von gleichem Gewichte genau äquivalent ist, — und endlich das Bündel (104, 1) ebenfalls mit einem solchen zusammengesetzten Prisma (bezeichnet mit 16 p), welches aus 16 dicht beisammen liegenden gleichen Stäbchen p der beschriebenen Art gebildet war und auch direct mit einem gleich schweren massiven prismatischen Stabe R von quadratischem Querschnitte.

	$x=$	2	4	6	8	10	15	Eisenkern	Gewicht
y	berechnet	2·430	4·804	7·062	9·169	11·110	15·170	(26, 1)	20·107
	beobachtet	2·132	4·474	6·927	9·259	11·638	17·027		
		2·059	4·235	6·527	8·676	10·758	15·643	$P=4p$	20·180
y	berechnet	3·242	6·450	9·635	12·770	15·870	23·250	(80, 1)	61·867
	beobachtet	2·948	6·064	9·381	12·530	15·720	23·390		
		3·159	6·203	9·335	12·485	15·623	23·112	$12p$	60·860
y	berechnet	3·464	6·913	10·332	13·736	17·079	25·217	(104, 1)	81·105
	beobachtet	3·297	6·667	10·186	13·602	17·128	25·558		
		3·297	6·667	10·167	13·505	17·017	25·132	$16p$	
		3·435	6·853	10·281	13·651	17·128	25·278	$R=16p$	

Man sieht beim Drahtbündel (26, 1), welches bei der Stromstärke 15 der halben Sättigung nahe kommt, eine bedeutende Überlegenheit über den gleich schweren massiven Stab, während dieß bei den Bündeln (80, 1) und (104, 1), welche nicht viel über $^1/_3$ der Sättigung erreicht haben, nicht der Fall ist.

III. Die Überlegenheit stärkerer Drahtbündel bei mittleren Sättigungsgraden über gleich schwere und gleich lange massive Stäbe bei gleichen Stromstärken bedingt auch die Möglichkeit, daß solche Drahtbündel bei gewissen Stromstärken sogar massiven Stäben von gleichem Querschnitte äquivalent sein können, indem die Überlegenheit dieser letzteren, welche bei höheren Sättigungsgraden natürlich jedenfalls stattfinden muß, noch nicht hervortritt.

Die nachstehende Zusammenstellung vergleicht die Drahtbündel (12, 1), (24, 1) und (104, 1), welche Hohlcylinder von ungefähr 4, 6 und 12 Millimeter Durchmesser[1]) ausfüllen würden, mit massiven cylindrischen Eisenstäben von sehr nahe gleicher Dicke. Es sind dieß die Eisenstäbe Nr. 5, Nr. 6 und Nr. 7 der ersten Abhandlung und daher in der folgenden Zusammenstellung auch so bezeichnet.

Es zeigt sich, daß wohl die schwächeren Bündel (12·1) und (24, 1) den Stäben Nr. 5 und Nr. 6 nachstehen, nicht aber (104, 1) dem Stabe Nr. 7, sondern im Gegentheile die Wirkung des massiven Stabes jene des Drahtbündels noch nicht einmal erreicht hat.

x	2	4	6	8	10	15	Eisenkern	Durchmesser und Gewicht
y	1·601	3·618	5·647	7·524	9·146	11·292	(12, 1)	$d = 4$ $\gamma = 9·28$
	1·821	3·618	5·647	7·645	9·335	12·089	Nr. 5	$d = 4$ $\gamma = 10·10$
y	2·059	4·345	6·676	8·958	11·215	16·423	(24, 1)	$d = 6$ $\gamma = 18·56$
	2·269	4·570	6·955	9·240	11·637	17·233	Nr. 6	$d = 6$ $\gamma = 22·49$
y	3·297	6·667	10·186	13·602	17·128	25·558	(104, 1)	$d = 12$ $\gamma = 81·11$
	3·270	6·639	10·025	13·309	16·675	24·600	Nr. 7	$d = 12$ $\gamma = 87·97$

[1]) Die Rechnung gibt für die Durchmesser D der umschriebenen Cylinder mit Hilfe der leicht abzuleitenden Formel $D = \frac{2d}{\sqrt{\pi}} \cdot \sqrt{n}$ (wobei d die Drahtdicke und n die Zahl der Drähte des Bündels bedeutet) beziehungsweise die Werthe 4·3, 6·1 und 12·7.

2. Versuche mit prismatischen Stäben und Bündeln prismatischer Stäbe.

IV. Bei prismatischen Eisenstäben zeigt sich, im Gegensatze zu Stahlstäben [1]), keine Verschiedenheit des Verhaltens im Vergleiche mit runden Stäben. Sie befolgen so gut wie diese das Müller'sche Gesetz.

Dieß zeigt sich aus den nachstehenden Versuchen mit 4 zum Theile bereits erwähnten prismatischen Stäben von quadratischem Querschnitte, bezeichnet mit p, P, Q und R, deren Gewichte sich wie 1, 4, 9 und 16 zu einander verhalten. Vergleicht man nämlich die beobachteten Magnetismen mit den nach der Müller'schen Formel berechneten, so findet man durchwegs eine befriedigende Übereinstimmung.

In die Tabelle sind auch noch die Versuche aufgenommen, welche mit Bündeln von quadratischem Querschnitte aus je 4, 9 und 16 Stäbchen wie p, welche ohne Zwischenräume dicht beisammen lagen und mittelst aufgeschobener messingener Hülsen zusammengehalten wurden, ausgeführt worden sind [2]). Man sieht hieraus zugleich das weitere Resultat:

V. Bündel aus prismatischen Stäben, welche ohne Zwischenräume zusammengefügt sind, wirken wie massive Stäbe von gleicher Form, somit auch überhaupt wie gleich schwere massive Stäbe von gleicher Länge.

---

[1]) Ich habe nämlich nachgewiesen („Über das elektromagnetische Verhalten des Stahles" Sitzungsberichte, Bd. 48), daß prismatische Stahlstäbe im Vergleiche mit gleich schweren und gleich langen cylindrischen von derselben Stahlsorte und Härte bei gleichen magnetisirenden Kräften bedeutend kleinere Magnetismen annehmen.

[2]) Die Querschnitte dieser Bündel sind in der beigegebenen Zeichnung Fig. 4, 6 und 11 dargestellt, so wie Fig. 14 das in der letzten Zeile der folgenden Tabelle vorkommende Bündel $4P$, aus 4 Stäben wie P bestehend.

$x =$		2	4	6	8	10	15	Eisenkern	Gewicht
y	berechnet	1·681	3·092	4·161	4·942	5·517	6·417	p	5·12
	beobachtet	1·400	2·994	4·281	5·268	5·878	6·546		
y	berechnet	2·448	4·834	7·109	9·238	11·203	15·335	$P = 4p$	20·57
	beobachtet	2·288	4·493	6·806	8·864	10·929	15·872		
		2·288	4·511	6·918	9·061	11·378	16·524	$4p$	20·52
y	berechnet	2·991	5·965	8·897	11·750	14·530	21·053	$Q = 9p$	45·565
	beobachtet	2·655	5·369	8·019	10·053	13·651	20·168		
		2·792	5·739	8·516	11·302	14·209	21·065	$9p$	45·560
y	berechnet	3·464	6·913	10·332	13·736	17·079	25·217	$R = 16p$	81·105
	beobachtet	3·435	6·853	10·281	13·651	17·128	25·278		
		3·297	6·667	10·167	13·505	17·017	25·132	$16p$	81·105
		3·664	6·899	10·234	13·602	16·826	25·110	$4P = 16p$	81·375

VI. Bündel aus getrennten Stäben, das heißt aus Stäben, welche sich nicht berühren, sondern z. B. durch indifferente Zwischenlagen in gewissen Entfernungen von einander gehalten werden, zeigen schon bei geringen und noch mehr bei mittleren Sättigungsgraden rascher zunehmende Magnetismen, als Bündel aus denselben aber dicht beisammen liegenden Stäben.

Dieß ist ersichtlich aus der nachstehenden Vergleichung der Wirkungen von 4 prismatischen Stäbchen p, je nachdem dieselben, wie Fig. 9 andeutet, durch 5 messingene Stäbchen getrennt, oder, wie Fig. 4 zeigt, dicht beisammen liegend in Anwendung kamen, so wie bei 2 nach Fig. 3 getrennten oder nach Fig. 2 dicht beisammen liegenden Stäbchen. In die Tabelle sind auch noch Versuche aufgenommen, die mit einem nach dem Schema Fig. 8 zusammengesetzten Bündel von 5 Stäbchen gemacht wurden, wobei sich, im Einklange mit ähnlichen Beobachtungen von Feilitzsch, keine erheblich grössere Wirkung als bei Fig. 9 herausgestellt hat, was eben erst bei höheren Sättigungsgraden stattfinden würde.

Eine solche schon bei schwachen Magnetisirungen hervortretende Überlegenheit zeigen auch röhrenförmig angeordnete Bündel — wie z. B. Fig. 7 und Fig. 12, aus beziehungsweise 8 und 12 Stäbchen p bestehend — im Vergleiche mit Bündeln aus denselben aber dicht beisammen liegenden Stäben, welche, nach dem Vorhergehenden, massiven Stäben von gleichem Gewichte äquivalent sind. Auch hier wirkt das röhrenförmige Bündel von 8 Stäbchen (Fig. 7) fast wie das massive aus 9 Stäbchen (Fig. 6), eine Erscheinung, welche mit den Beobachtungen von Feilitzsch mit ineinandergeschobenen Röhren übereinstimmt.

x	2	4	6	8	10	15	Eisenkern	Gewicht
	2·288	4·511	6·918	9·061	11·378	16·524	$4p$ vereinigt	20·52
	2·710	5·342	8·001	10·681	13·427	19·209	$4p$ getrennt	
	2·719	5·240	8·038	10·805	13·524	19·646	$5p$ (Fig. 8)	25·60
	1·848	3·904	5·851	7·701	9·335	12·002	$2p$ vereinigt	10·30
y	2·087	4·125	6·156	8·113	9·921	12·437	$2p$ getrennt	
	3·205	6·369	9·827	13·241	16·775	24·882	$12p$ hohl (Fig. 12)	60·86
	3·159	6·203	9·335	12·485	15·623	23·112	$12p$ massiv (Fig. 13)	
	2·930	5·489	8·394	11·158	14·041	20·642	$8p$ hohl (Fig. 7)	40·55
	2·792	5·739	8·516	11·302	14·209	21·065	$9p$ (Fig. 6)	45·56

Die, wie man sieht, schon bei schwachen Magnetisirungen hervortretende Überlegenheit nicht massiver Bündel, muß natürlich bei stärkeren Magnetisirungen, wo sich das Verhältniß der magnetischen Intensitäten immer mehr dem Verhältniß der Gewichte nähert, aufhören.

3. Versuche mit Röhren.

Um die Magnetisirungen über die Grenze der Proportionalität mit der Stromstärke hinaus verfolgen zu können, habe ich nur mit dünnwandigen Röhren experimentirt. Dieselben waren aus cylindrisch gebogenen möglichst weichen Eisenblechen in der Art hergestellt, daß die der Axe parallelen Ränder des zusammengerollten Rechteckes sich nicht übereinander schoben, sondern in der Mantelfläche des Cylinders genau aneinander passend sich berührten. Es wurden 5 Röhren, welche im Folgenden vom engsten aufsteigend mit I bis V bezeichnet sind, untersucht. Die Länge betrug bei allen 103 Millimeter, die äußeren Durchmesser beziehungsweise 6, 10, 12, 20·5 und 28 Millimeter, die Gewichte 3·37, 3·30, 7·30, 13·45 und 16·84 Grammen und die aus diesen Daten berechneten Blechdicken 0·22, 0·13, 0·24, 0·26 und 0·24 Millimeter.

In der folgenden Zusammenstellung enthalten die mit der Aufschrift „Stab" bezeichneten Rubriken die nach der Müller'schen Formel berechneten magnetischen Intensitäten, welche ein mit dem untersuchten Rohre gleich schwerer massiver Stab von gleicher Länge bei denselben Stromstärken geäußert haben würde. Man entnimmt aus dieser Vergleichung der mitgetheilten Versuchsresultate folgendes Ergebniß:

VII. Weite Röhren aus dünnem Eisenblech zeigen eine schon bei geringen magnetisirenden Kräften auffallende, bei mittleren Sättigungsgraden am meisten hervortretende, bei stärkeren Magnetisirungen aber rasch wieder abnehmende Überlegenheit über gleich schwere massive Stäbe von gleicher Länge bei Anwendung gleicher Stromstärken, während engere Röhren vielmehr hinter den ihren Gewichten entsprechenden Magnetisirungen zurückbleiben, ohne jedoch dabei großen Abweichun en von der Müller'schen Formel zu unterliegen.

Nr.	Durchmesser und Gewicht des Rohres	Eisenkern	2	4	6	8	10	15	x
I	$d = 6$	Stab	1·474	2·576	3·301	3·777	4·105	4·587	y
	$\eta = 3·37$	Rohr	0·832	1·766	2·554	3·086	3·481	4·125	
II	$d = 10$	Stab	1·464	2·548	3·256	3·720	4·037	4·503	y
	$\eta = 3·30$	Rohr	1·235	2·426	3·022	3·435	3·756	4·217	
III	$d = 12$	Stab	1·856	3·529	4·915	6·015	6·882	8·339	y
	$\eta = 7·30$	Rohr	2·288	4·631	6·434	7·739	8·488	9·666	
IV	$d = 20·5$	Stab	2·190	4·284	6·208	7·922	9·414	12·300	y
	$\eta = 13·45$	Rohr	2·563	5·693	8·676	11·139	13·065	15·822	
V	$d = 28$	Stab	2·324	4·569	6·683	8·621	10·360	13·890	y
	$\eta = 16·84$	Rohr	4·539	9·287	13·388	16·624	19·073	22·244	

Das erstere Verhalten, wie es soeben für weite Röhren beschrieben wurde, zeigt sich hier an den Röhren III, IV und V, das letztere an den Röhren I und II. Jene überschreiten mit ihrem Durchmesser $^1/_3$ von der Weite der Spirale, diese nicht. — Besonders bemerkenswerth, nämlich auffallend groß sind die am weitesten Rohre beobachteten Magnetismen. Sie entsprechen bei der halben Sättigung einem mit der gleichen Stromstärke magnetisirten Stabe von mehr als dreizehn-

fachem Gewichte [1]). Diese halbe Sättigung erreicht das Rohr schon bei der Stromstärke 8, während der gleichschwere massive Stab seine halbe Sättigung erst bei einer mehr als doppelten magnetisirenden Kraft (etwa der Stromstärke 18 entsprechend) erreichen würde. Man bemerkt aber auch, daß diese Überlegenheit über den massiven Stab bei stärkeren Magnetisirungen rasch abnimmt, und bei der Stromstärke 15 schon viel geringer ist als bei 10 und hier schon merklich geringer als bei 8, wo ungefähr die halbe Sättigung erreicht war.

4. Versuche mit Aggregaten von Feilspähnen.

Um über die Magnetisirbarkeit einer nach allen Richtungen discontinuirlichen Eisenmasse Beobachtungen anzustellen, was mir im Hinblicke auf die hypothetischen Vorstellungen vom Vorgange der Magnetisirung und die dabei in Betracht kommende Wechselwirkung der Moleküle von Interesse zu sein schien, wurden Feilspähne von möglichst weichem Eisen in der Art der Einwirkung eines magnetisirenden Stromes unterworfen, daß mit solchen Feilspähnen möglichst gleichförmig dicht gefüllte beiderseits verkorkte Glasröhren in die Magnetisirungsspirale eingeführt und wie die anderen Eisenkerne behandelt wurden. Die auf diese Art aus den Feilspähnen gebildeten Cylinder hatten die gleiche Länge von 103 Millimeter und bei den nachstehend beschriebenen Versuchen Gewichte von 22·80 und 27·91 Grammen.

Nachstehende Tabelle zeigt die dabei beobachteten Magnetismen, wobei ich noch bemerken will, daß ich nur bezüglich der beim ersten Versuche verwendeten Feilspähne dessen sicher bin, daß sie von weichem Eisen waren. Übrigens zeigen beide Versuchsreihen im Wesentlichen dasselbe, nämlich das im Folgenden ausgesprochene merkwürdige Resultat:

VIII. Aggregate von Eisenfeilspähnen in die Form eines Cylinders gebracht und der Einwirkung eines magnetisirenden Stromes ausgesetzt, zeigen hinsichtlich der temporären Magnetisirung ein ähnliches Verhalten wie sehr harte Stahlstäbe; doch gibt sich dabei eine noch geringere Magnetisirbarkeit zu erkennen, sowohl durch

[1]) Nämlich vom Gewichte 224·18 Gr., welches das 13·31fache von dem Gewichte dieses Rohres ist.

eine langsamere Zunahme der magnetischen Momente als auch durch einen viel kleineren Betrag ihrer absoluten Werthe, während anderseits der magnetische Rückstand ungefähr dem bei dünnen Eisendrähten vorkommenden entspricht.

Der nach Unterbrechung des Stromes beobachtete magnetische Rückstand ist in der mit 0 überschriebenen Rubrik angeführt.

	2	4	6	8	10	15	0	Gewicht
y	0·229	0·549	0·823	1·144	1·418	2·196	0·320	22·80
	0·201	0·439	0·713	1·098	1·446	2·288	0·320	27·91

Die erste dieser beiden Versuchsreihen, bei welchen zuverlässig Feilspähne von weichem Eisen verwendet worden sind, ist durch die Curve I in der beigefügten Zeichnung graphisch dargestellt. — Die Quotienten $\frac{y}{x}$ wachsen von $x=2$ bis $x=15$ von 0·114 bis 0·146 und bedingen daher innerhalb dieses Intervalles eine sehr geringe Convexität gegen die Abscissenaxe, eine viel geringere als der für Stahlstäbe geltenden Gleichung [1]) $y=kx^{\frac{4}{3}}$ entsprechen würde und an der Curve II ersichtlich ist, welche sich auf einen nahezu gleichschweren (22·42) Stab aus glashartem Wolframstahl bezieht [2]) und zugleich die durch gleiche Stromstärken hervorgebrachte viel stärkere Magnetisirung des letzteren ersichtlich macht, während das nahezu geradlinige Curvenstück III die durch dieselben Stromstärken erzeugten noch weit größeren Magnetismen eines ebenfalls nahezu gleich schweren (22·49) weichen Eisenstabes [3]) darstellt. Die Curve IV endlich gehört einem Eisenstäbchen [4]) von ungefähr 30mal klei-

[1]) Nämlich für dünne Stahlstäbe unter $\frac{1}{4}$ der Sättigung, wobei k der Potenz $\frac{3}{2}$ der Stabdurchmesser proportional ist. Siehe meine Abhandlung im 48. Bande der Sitzungsberichte.

[2]) Nr. 2 in der eben citirten Abhandlung über das elektromagnetische Verhalten des Stahles.

[3]) Nr. 6 in meiner ersten Abhandlung über die Müller'sche Formel (Sitzungsberichte, Bd. 52). Daselbst soll es übrigens Seite 101, vorletzte Zeile statt Nr. 8 heißen Nr. 6, wie aus dem Verzeichnisse Seite 99 sofort ersichtlich ist.

[4]) Nr. 1 in derselben Abhandlung.

nerem Gewichte (0·773) an, welches nahe bis zur Sättigung magnetisirt worden ist, während die Eisenfeilspähne bei derselben Stromstärke noch lange nicht $^1/_{10}$ ihrer magnetischen Sättigung erreicht haben. Dasselbe magnetische Moment (2·196) hatte ein glashartes Stäbchen aus Wolframstahl [1]) von 6·05 Grammen Gewicht bei derselben Stromstärke (15) erlangt, jedoch nach erfolgter Stromunterbrechung einen viel größeren magnetischen Rückstand (1·006) als jener Cylinder aus Eisenfeilspähnen (0·320) behalten. Der letztere Betrag kommt, wie gesagt, den bei dünnen Eisendrähten beobachteten Residuen nahe, wobei ich jedoch die sehr merkwürdige Thatsache hervorheben muß, daß die Residuen z. B. bei den 1 Millimeter dicken Drähten nur zwischen den Grenzwerthen 0·20 und 0·46 sich bewegten, während bald nur einzelne Stäbchen, bald Bündel von beliebig vielen bis über 100 dem Versuche unterworfen wurden. Bei dickeren massiven Stäben aus gutem weichen Eisen war der magnetische Rückstand stets bedeutend kleiner, sehr oft = 0 oder auch negativ [2]).

Das beschriebene eigenthümliche Verhalten der Eisenfeilspähne hat wohl ohne Zweifel darin seinen Grund, daß durch die Zertheilung der Masse in kleine Partikel jene Wechselwirkung der magnetischen Moleküle, welche sonst die durch den magnetisirenden Strom unmittelbar bewirkte Drehung derselben noch verstärkt und somit ein rascheres Anwachsen des Magnetismus bedingt, größtentheils aufgehoben ist. — Im Sinne der Weber'schen Theorie gesprochen, kommt dieß einer Vergrößerung der Directionskraft der Moleküle gleich.

Anderseits kommt in Betracht, daß ein Aggregat von Feilspähnen eine viel größere Oberfläche darbietet als eine massive Eisenmasse von gleicher Form und daß diese Oberfläche in Folge der mechanischen Bearbeitung, durch welche eben die Feilspähne gewonnen wurden, auch nicht so weich sein kann wie ein anderer Eisenkern aus gut ausgeglühtem Schmiedeeisen. Ähnliches gilt auch von dünnen Drähten [3]) und mag die Thatsache erklären, daß in beiden Fällen magne-

---

[1]) Nr. 20 in der citirten Abhandlung über den Stahl.

[2]) Siehe meine Abhandlung „Über eine anomale Magnetisirung des Eisens" im 48. Bande der Sitzungsberichte.

[3]) Insofern nämlich auch diese — im Vergleiche mit dickeren Stäben — eine im Verhältnisse zur Masse größere Oberfläche haben, deren in Folge der mechanischen

tische Rückstände auftreten, welche zwar viel kleiner sind als beim Stahl aber doch viel größer als bei dickeren Stäben aus weichem Eisen.

Mit den in dieser Arbeit mitgetheilten Versuchen glaube ich die Frage nach dem elektromagnetischen Verhalten von discontinuirlichen Eisenmassen, insbesondere von Bündeln und Röhren, worüber bisher — außer den aus einem anderen Gesichtspunkte durchgeführten Untersuchungen von Feilitzsch — keine eingehenden Untersuchungen, sondern nur vereinzelte Experimente mit theilweise widersprechenden Resultaten gemacht worden sind, soweit diese Frage von theoretischem Interesse oder praktischer Wichtigkeit ist, erledigt zu haben.

Hinsichtlich der Müller'schen Formel geht daraus hervor, daß dieselbe auf discontinuirliche Eisenkerne nur eine sehr beschränkte Anwendung findet, indem sie — mit Ausnahme schwacher Drahtbündel und enger Röhren — nur bei sehr hohen Sättigungsgraden wieder zur Geltung kommen kann.

Am Schlusse meiner Untersuchungen über die Anwendbarkeit dieser Formel erübrigt mir noch einer Vergleichung zu erwähnen, die ich in einem speciellen Falle zwischen den nach dieser und nach der bekannten Weber'schen Formel berechneten Werthen und ihrer Übereinstimmung mit den beobachteten durchgeführt habe.

Berechnet man aus der Versuchsreihe, welche W. Weber in den elektrodynamischen Maßbestimmungen (Diamagnetismus, S. 570) mitgetheilt hat, die Constanten der Müller'schen Formel und nach dieser dann die den angewendeten magnetisirenden Kräften entsprechenden Magnetismen, so erhält man die Zahlen, welche die nachstehende Tabelle in der mit *M* bezeichneten Reihe enthält, während

---

Bearbeitung größere Coërcitivkraft das Auftreten größerer Rückstände bedingt. Das nur bei dickeren Stäben beobachtete Vorkommen negativer Rückstände stimmt damit überein und läßt annehmen, daß diese Wirkung plötzlicher Stromunterbrechungen viel häufiger eintreten würde, wenn es möglich wäre die Oberfläche eines Eisenstabes ebenso weich herzustellen wie die innere Masse desselben. — Die größten magnetischen Residuen habe ich übrigens bei den in dieser Abhandlung mitgetheilten Versuchen mit dünnwandigen eisernen Röhren beobachtet. Sie betrugen bei den Röhren II, III, IV und V, beziehungsweise 0·92, 0·69, 2·38 und 1·37 (bei Nr. I fehlt die Beobachtung).

die nach der Weber'schen Formel berechneten in der mit *W* bezeichneten Rubrik aufgeführt sind. Die zur leichteren Übersicht zwischen beiden stehende Zahlenreihe gibt die von W. Weber beobachteten Werthe [1]).

$x=$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	
y	1·37	2·75	4·14	5·30	6·11	6·77	7·17	7·52	7·76	8·03	8·24	8·40	8·52	8·66	8·78	*W*
	1·74	3·28	4·47	5·32	6·01	6·54	6·97	7·35	7·67	7·95	8·20	8·41	8·60	8·77	8·90	beob.
	1·76	3·31	4·55	5·51	6·24	6·81	7·25	7·61	7·90	8·14	8·34	8·51	8·66	8·79	8·90	*M*

Die gute Übereinstimmung mit beiden Formeln scheint mir aus dem Grunde bemerkenswerth, weil bei dem Versuche von Weber etwas andere Verhältnisse obwalteten, als die Müller'sche Formel eigentlich voraussetzt, insofern nämlich diese Formel aus Versuchen abgeleitet worden ist, bei welchen die magnetisirten Stäbe aus den Spiralen hervorragten, während bei dem besagten Weber'schen Versuche der magnetisirte Stab vielmehr von der Spirale überragt wurde. Die dessenungeachtet stattfindende Übereinstimmung, von der soeben die Rede war, scheint anzudeuten, daß jenes Hervorragen des Stabes aus der Spirale für das Zutreffen der Müller'schen Formel keine wesentliche Bedingung ist.

Wie ich am Schlusse meiner im Jahre 1865 erschienenen Abhandlung der „elektromagnetischen Untersuchungen" bereits bemerkt habe, sind auch die in der vorliegenden Abhandlung mitgetheilten Versuche schon damals durchgeführt, aber noch nicht zur Publication vorbereitet gewesen. Ich bedaure die durch mancherlei Umstände herbeigeführte Verzögerung dieser längst angekündigten Fortsetzung, glaube jedoch, daß deren Bearbeitung durch die mittlerweile erhaltenen genaueren Aufschlüsse über die Grenzen der Magnetisirbarkeit wesentlich gewonnen hat.

---

[1]) Diese sind aus der an citirter Stelle beigefügten graphischen Darstellung entnommen.

ANHANG.

Über die Grenzen der Giltigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes.

Seit die allgemeine Giltigkeit dieses Gesetzes durch die Nachweisung der magnetischen Sättigung widerlegt worden ist, hat man die innerhalb gewisser Grenzen unstreitig stattfindende Proportionalität von Magnetismus und Stromstärke in der Weise mit den Ergebnissen der neueren Untersuchungen in Einklang zu bringen gesucht, daß man dieselbe als einen für kleine Stromstärken auch nach der Müller'schen Formel sich ergebenden speciellen Fall betrachtete. — So sagt Müller („Bericht über die neuesten Fortschritte der Physik", Seite 501) über das von Lenz und Jacobi aufgestellte Gesetz: „Innerhalb dieser Grenzen" — nämlich „für dicke Stäbe und schwächere Ströme" — „fällt ihr Gesetz mit dem von mir aufgestellten zusammen".

Ich habe aber schon in meiner ersten Abhandlung über die Müller'sche Formel gezeigt, daß das Lenz-Jacobische Gesetz eine viel ausgedehntere Geltung hat, als ihm durch diese Unterordnung unter das Müller'sche angewiesen wurde, indem ich nachwies (Sitzungsberichte, Bd. 52, S. 107), daß eine vom Ursprunge der Coordinaten durch den Punkt der halben Sättigung gezogene Gerade [1]) der empirischen Curve

[1]) Um dieselbe zu construiren errichtet man für die Abscisse $x = \alpha\gamma^{\frac{3}{4}}$ die Ordinate $y = 45\beta\gamma$, wenn α und β die Constanten der Müller'schen Formel und γ das Stabgewicht bedeuten, und verbindet den so bestimmten Punkt mit dem Ursprunge der Coordinaten.

der magnetischen Intensitäten sehr nahe kommt und zwar näher als die nach der Müller'schen Gleichung berechnete Curve, — oder, mit anderen Worten, daß diese Gerade den Beobachtungen sich besser anschließt, als das durch diese Gerade abgeschnittene Segment der Müller'schen Curve.

Ich habe dieses Verfahren damit begründet, daß nämlich der Wendepunkt der magnetischen Intensitätscurve [1]), bis zu welchem dieselbe eben sehr wenig von einer Geraden abweicht, in der Regel dem Punkte der halben Sättigung nahe liegt und im Allgemeinen zwischen den Ordinaten gelegen ist, welche einem Drittel und der Hälfte des magnetischen Maximums entsprechen [2]).

Seither haben meine Untersuchungen über die Grenzen der Magnetisirbarkeit ein größeres magnetisches Maximum für die Gewichtseinheit als das damals angenommene herausgestellt [3]), was — wie ich in der bezüglichen Abhandlung (Sitzungsberichte, Bd. 59) auch angedeutet habe — eine andere Bezeichnung der Lage des Inflexionspunktes und somit auch der Proportionalitätsgrenze von Magnetismus und Stromstärke bedingen würde.

Um dabei mit größerer Sicherheit vorzugehen, habe ich jedoch auch neuerdings Rechnungen über den Verlauf der Werthe $\frac{y}{x}$ in einer größeren Anzahl vorliegender Beobachtungen angestellt und dabei

---

[1]) Das Stück der Intensitätscurve vom Anfangspunkte der Coordinaten bis zum Wendepunkte habe ich in meiner ersten Abhandlung die „Anomalie" genannt, weil es eben die Abweichung von der Müller'schen Formel charakterisirt, habe jedoch Seite 92 jener Abhandlung auch ausdrücklich hervorgehoben, daß diese sogenannte Anomalie keineswegs in ihrer ganzen Ausdehnung convex gegen die Abscissenaxe erscheint, sondern vielmehr aus einem convexen und einem merklich geradlinigen Theile besteht. Wenn also Dub in einer vor Kurzem erschienenen Abhandlung (Pogg. Ann. Bd. 133) hervorhebt, daß die Werthe $\frac{y}{x}$ nicht nur ein Zu- und Abnehmen, sondern auch ein Constantbleiben zeigen, so ist darin kein Widerspruch, sondern nur eine Bestätigung meiner eigenen Beobachtungen und Behauptungen. Daß unter den für meine Versuche berechneten Quotienten $\frac{y}{x}$ die constanten Werthe weniger zahlreich erscheinen als bei Dub, hat seinen Grund darin, weil bei meinen Versuchen die successive angewendeten Stromstärken in einem viel rascheren Verhältnisse wachsen und daher viel größere Ordinaten-Intervalle bedingen als es bei Dub's Versuchen der Fall ist.

[2]) Sitzungsberichte, Bd. 52, S. 105 und Bd. 48, S. 544.

[3]) Nämlich 2100 statt 1680 absolute Einheiten per Milligramm.

nicht nur eigene Versuchsresultate benutzt, sondern auch einige von denjenigen mit einbezogen, welche Dub in seiner kürzlich erschienenen Abhandlung: „Über das Eintreten des Sättigungszustandes der Elektromagnete“ (Pogg. Ann. Bd. 133) mitgetheilt hat.

Ich will gleich von vornherein bemerken, daß die nachstehenden Resultate dieser Rechnungen zeigen: Daß meine ursprüngliche Angabe der Lage des Inflexionspunktes oder der Grenze der Giltigkeit des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes, nämlich bis zu Magnetisirungen zwischen $^1/_3$ und $^1/_2$ des magnetischen Maximums aufrecht bleibt und auf den neu berechneten Werth dieses Maximums bezogen sogar genauer ist als mit Beziehung auf den früher angenommenen, was eben in einer geringeren Genauigkeit und Ausdehnung der dießbezüglichen früheren Rechnungen begründet ist.

Wenn man aus meinen Versuchen mit den Stäben Nr. 1 bis Nr. 5 meiner ersten Abhandlung (Seite 100 und 101 des 52. Bandes der Sitzungsberichte) die Quotienten $\frac{y}{x}$ rechnet und bei den (in nachstehender Tabelle großgedruckten) Werthen stehen bleibt, mit welchen eine entschiedene Abnahme dieser Quotienten eintritt, so gelangt man zu folgenden Resultaten, welchen unter der Bezeichnung „letzte Ordinate“ auch die Werthe von y beigefügt sind, welche für jeden Stab dem zuletzt angeführten Quotienten $\frac{y}{x}$ zu Grunde liegen. Der Mittelwerth dieser letzten und der nächst vorhergehenden Ordinate ist als „Ordinate des Wendepunktes“, nämlich als diejenige magnetische Intensität angenommen worden, bis zu welcher Proportionalität zwischen Magnetismus und Stromstärke stattfand. Durch Vergleichung dieses Werthes mit dem unter der Aufschrift „theoretisches Maximum“ beigefügten aus dem Gewichte des betreffenden Stabes berechneten Grenzwerthe der Magnetisirbarkeit (2·1 Millionen absolute Einheiten per Gramm gerechnet) ergaben sich die für jeden Stab in der untersten Zahlenreihe beigefügten Sättigungsprocente bis zu welchen das Lenz-Jacobi'sche Gesetz Geltung hatte.

Werthe von x	Werthe von $\frac{y}{x}$ für die Stäbe				
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
1	0·393	0·549	0·640	0·595	0·823
2	0·366	0·549	0·686	0·686	0·910
3	**0·289**	0·549	0·702	0·710	0·912
4	—	0·560	0·698	0·721	0·904
5	—	**0·507**	**0·622**	0·733	0·917
6	—	—	—	0·710	0·941
7	—	—	—	0·708	0·922
8	—	—	—	**0·668**	0·956
9	—	—	—	—	0·954
10	—	—	—	—	0·933
15	—	—	—	—	**0·806**
Letzte Ordinate .	0·869	2·536	3·113	5·342	12·089
Ordinate des Wendepunktes	0·800	2·389	2·952	5·148	10·712
Theoretisches Maximum	1·62	5·67	6·11	12·01	21·21
Sättigungs-Procente .	49%	42%	48%	43%	55%

Die aus der oben citirten Abhandlung von Dub entnommenen Versuche [1]), welche ich ebenfalls für diesen Zweck benutzen konnte, beziehen sich auf 5 Stäbe von 12 Zoll Länge und von den Durchmessern $^3/_{16}$, $^5/_{16}$, $^3/_8$, $^4/_8$ und $^5/_8$ Zoll. — Die in nachstehender Tabelle für x und y angeführten Zahlen sind Dub's Abhandlung entnommen, jedoch durchaus mit 10 multiplicirt. Als Ordinate des

[1]) Pogg. Ann. Bd. 133, S. 64 und 65.

Wendepunktes habe ich hier nicht das Mittel zwischen zwei Ordinaten wie oben, sondern einfach die dem ersten abnehmenden Quotienten $\frac{y}{x}$ entsprechende angenommen, weil hier die Intervalle so klein sind, daß mir eine Interpolation nicht nöthig schien. Die großgedruckten Quotienten $\frac{y}{x}$, mit welchen deren Abnahme eintritt, sind die von Dub selbst als solche hervorgehobenen.

Werthe von x	Werthe von $\frac{y}{x}$ für die Stäbe				
	Nr. 1	Nr. 2	Nr. 3	Nr. 4	Nr. 5
0·524	0·850	1·691	2·025	2·215	2·723
0·875	**0·849**	1·671	2·041	2·279	2·779
1·228	0·809	1·693	2·030	2·336	2·724
1·583	0·697	**1·684**	2·042	2·393	2·730
1·944	0·625	1·437	**2·039**	2·372	2·778
2·309	—	1·292	1·904	2·388	2·859
2·679	—	1·176	1·760	**2·366**	2·850
3·057	—	1·066	1·613	2·322	2·868
3·640	—	0·952	1·355	2·142	**2·846**
4·245	—	0·845	1·279	2·038	2·735
Letzte Ordinate .	0·743	2·667	3·964	6·340	10·360
Theoretisches Maximum	2·20	6·20	9·00	15·99	24·97
Sättigungs-Procente .	34%	43%	44%	40%	42%

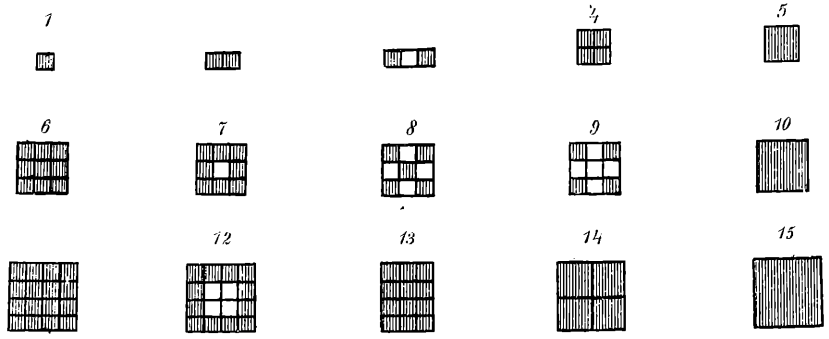
Man sieht aus den angeführten Zahlen, daß die Sättigungsprocente, bei welchen die Abnahme der Quotienten $\frac{y}{x}$ eingetreten ist, nicht unter 34% und nicht über 55% gehen.

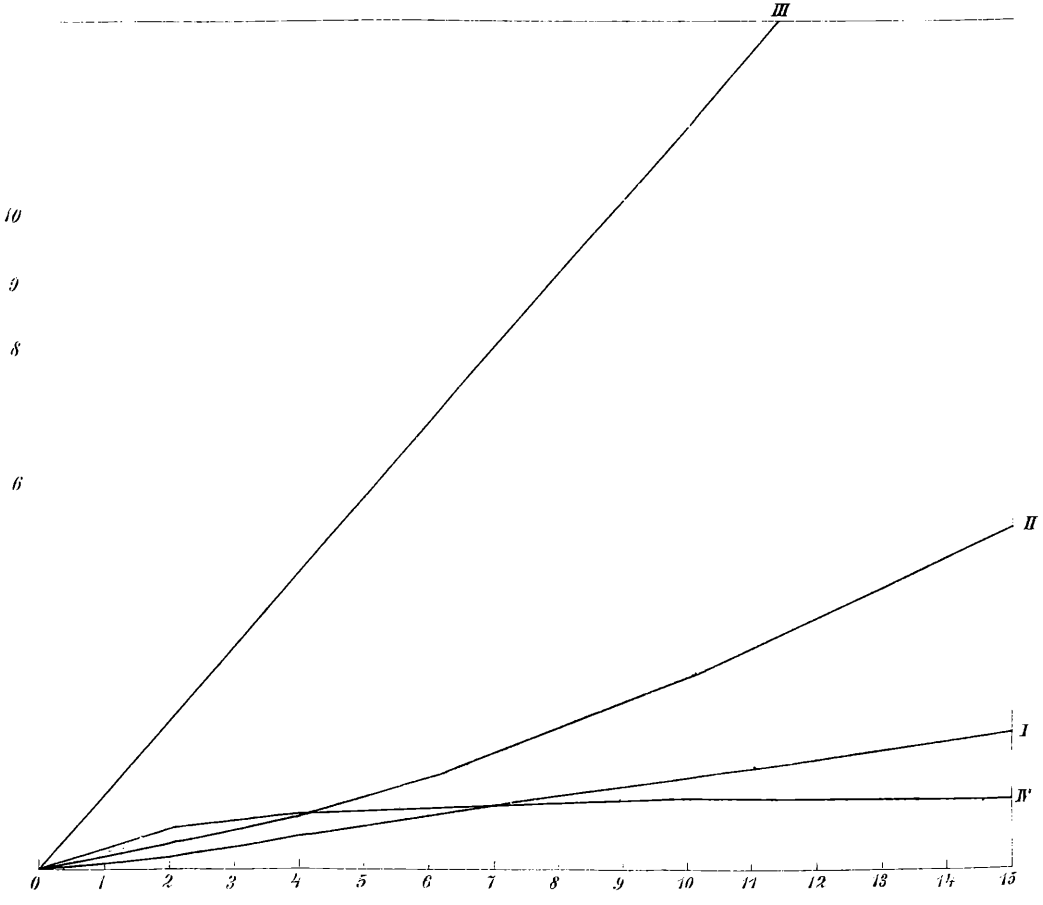
Dieß bestätigt sonach neuerdings meine ursprüngliche Angabe, daß der Wendepunkt, welcher die Proportionalitätsgrenze für Magnetismus und Stromstärke bezeichnet, zwischen $^1/_3$ und $^1/_2$ des magnetischen Maximums gelegen ist. — Man kann daher in runder Zahl wohl sagen, daß das Lenz-Jacobi'sche Gesetz bis zu Sättigungsgraden von 30% bis 50% Geltung hat.

Nach meinen Erfahrungen liegt diese Grenze in den meisten Fällen viel näher bei 50%, und zwar so nahe, daß man als Regel annehmen kann: Das Lenz-Jacobi'sche Gesetz gelte bis zur halben Sättigung.

Dieß würde sich auch aus den Versuchen von Dub deutlicher herausgestellt haben, wenn man bei der Bestimmung der Grenzwerthe bis zu jenen Werthen von $\frac{y}{x}$ gegangen wäre (wie ich es bei meinen Versuchsresultaten durchgeführt habe), bei welchen zuerst eine bedeutende Abnahme eintritt, während Dub schon die geringsten, noch keine erheblichen Abweichungen von der Proportionalität bedingenden und z. B. in einer graphischen Darstellung noch gar nicht merklichen Abnahmen berücksichtigt hat.

Nicht unbedeutend sind jedoch in vielen Fällen die bei geringen Magnetisirungen stattfindenden Zunahmen der Quotienten $\frac{y}{x}$, welche ein genaues Zutreffen des Lenz-Jacobi'schen Gesetzes nicht selten auf das Intervall zwischen 10% und 50% des theoretischen Maximums einschränken.


1
4
5
6
7
8
9
10
12
13
14
15


III
10
9
8
6
II
I
IV
0
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15